

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
факультет Почвоведения

УТВЕРЖДАЮ

и.о. декана П.В.Красильников / _____ /

«___» _____ 2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины:

Математика

Уровень высшего образования:

Бакалавриат

Направление подготовки (специальность):

05.03.06/05.04.06 Экология и природопользование

Направленность (профиль) ОПОП:

Форма обучения: очная

Москва 2024

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки 05.03.06 Экология и природопользование программы бакалавриата

ОС МГУ утвержден решением Ученого совета МГУ имени М.В.Ломоносова от 30 декабря 2020 года (протокол № 1368).

1. Место дисциплины в структуре ОПОП: базовая

2. Входные требования для освоения дисциплины, предварительные условия:

Курс строится на базе общеобразовательного материала средней школы.

3. Планируемые результаты обучения в результате освоения дисциплины, соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников:

Компетенции выпускников (коды)	Индикаторы (показатели) достижения компетенций	Планируемые результаты обучения по дисциплине, сопряженные с компетенциями
Б-ОПК-1. Способен использовать базовые знания математики и естественных наук (физики, химии, биологии, экологии и наук о Земле) при решении задач в области экологии и природопользования.	Б-ОПК-1.1. Использует базовые знания в области математики для обработки информации и анализа данных в области экологии и природопользования	В результате освоения дисциплины «Высшая математике» студент должен знать Основные понятия и теоремы теории пределов, дифференциального исчисления функций одной и нескольких переменных, аналитической геометрии, интегрального исчисления, теории дифференциальных уравнений. Студент должен уметь вычислять пределы, дифференцировать различные функции, исследовать функции и строить их графики, вычислять скалярное, и смешанное произведение векторов, решать простейшие задачи линейной алгебры и аналитической геометрии, вычислять интегралы, находить площади различных плоских фигур, длины кривых, объёмы тел вращения, решать различные типы дифференциальных уравнений, раскладывать функции в ряд Тейлора. Студент должен уметь применять перечисленные знания, умения и навыки в других областях естественных наук. Должен уметь пользоваться математическими пакетами.

4. Объем дисциплины 6 з.е., в том числе 156 академических часов на контактную работу обучающихся с преподавателем, 60 академических часов на самостоятельную работу обучающихся.

5. Формат обучения _____ очный _____ (отметить, если дисциплина или часть ее реализуется с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий)

6. Содержание дисциплины, структурированное по разделам и темам, с указанием отведенного на них количества академических часов, и виды учебных занятий:

№ п/п	Наименование разделов и тем дисциплины «Физика»	Трудоемкость (в ак.часах) по формам занятий				Форма текущего контроля
		Контактная работа во взаимодействии с преподавателем(с разбивкой по формам и видам)				
		Лекции	Практические занятия (семинары)	Лабораторная работа	Самостояте льная работа	
Часть I. Элементы линейной алгебры. Аналитическая геометрия.						
	<u>Раздел I. Элементы линейной алгебры, векторной алгебры и аналитической геометрии</u>	12	12		8	домашние задания, контрольная работа
Часть II. Математический анализ.						
	<u>Раздел I. Графики элементарных функций.</u>		8		4	домашние задания контрольная работа
	<u>Раздел II. Предел и непрерывность функции, предел последовательности</u>	12	8		7	домашние задания
	<u>Раздел III. Дифференциальное исчисление функций одной переменной</u>	12	10		8	домашние задания
	<u>Раздел IV. Графики функций с полным исследованием</u>		6		5	домашние задания контрольная работа
	<u>Раздел V. Интегральное</u>	6	10		7	домашние задания

	<u>исчисление, первообразная и неопределенный интеграл</u>					
	<u>Раздел VI. Интегральное исчисление, определенный интеграл и его приложения</u>	16	8		7	домашние задания контрольная работа
Часть III. Дифференциальные уравнения.						
	<u>Раздел I. Функции многих переменных</u>	10	8		7	
	<u>Раздел II. Обыкновенные дифференциальные уравнения.</u>	10	8		7	домашние задания контрольная работа
	Итого:	78	78	0	60	216
	Промежуточная аттестация					Зачет Экзамен

Подробное содержание разделов и тем дисциплины:

Часть I. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии

Самостоятельная работа к каждой теме включает работу с лекционным материалом и дополнительную проработку/рассмотрение вопросов, опущенных в курсе лекции (например, вывод формул согласно обсужденной схеме), а также решение типовых задач из базового учебника (или оригинальной подборки) по теме лекции

Раздел I. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии

Тема 1. Определители 2-го и 3-го порядка и их свойства. Решение систем линейных уравнений с помощью определителей.

Тема 2. Элементы векторной алгебры. Правила действий с векторами.

Тема 3. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.

Тема 4. Плоскость в пространстве. Прямая в пространстве.

Тема 5. Прямая на плоскости

Тема 6. Кривые второго порядка на плоскости.

Тема 7. Кривые второго порядка на плоскости.

Тема 8. Комплексные числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия с комплексными числами.

Часть II. Математический анализ

Самостоятельная работа к каждой теме включает работу с лекционным материалом и дополнительную проработку/рассмотрение вопросов, опущенных в курсе лекции (например, вывод формул согласно обсужденной схеме), а также решение типовых задач из базового учебника (или оригинальной подборки) по теме лекции

Раздел I. Графики элементарных функций.

Тема 1. Построение графиков элементарных функций.

Общее понятие функции, последовательность как функция натурального аргумента. Линейная, дробно-рациональная функция, степенная функция, показательная функция, логарифмическая функция, тригонометрические функции, обратные тригонометрические функции.

Раздел II. Предел и непрерывность функции, предел последовательности

Тема 2. Предел функции в точке, предел последовательности. Непрерывность функции в точке и на промежутке.

Общее понятие функции, последовательность как функция натурального аргумента. Предел функции в точке. Теорема о единственности предела. Локальная ограниченность функции, имеющей предел. Бесконечно малые функции и их свойства. Свойства функции, имеющей ненулевой предел. Теоремы о пределе суммы, разности, произведения и частного двух функций, имеющих предел. Переход к пределу в неравенствах. Теорема о пределе «зажатой» функции. Первый замечательный предел. Односторонние пределы. Теорема о связи предела функции и односторонних пределов. Предел последовательности. Теорема Вейерштрасса о существовании предела неубывающей и ограниченной сверху последовательности. Число e .

Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва. Локальные свойства непрерывных функций. Примеры непрерывных функций. Теоремы о пределе и

непрерывности сложной функции. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Эквивалентные функции. Таблица эквивалентных функций.

Раздел III. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Тема 3. Дифференцируемость в точке и на промежутке.

Определение производной функции в точке. Физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Дифференциал функции. Непрерывность дифференцируемой функции. Теоремы о производной суммы, разности, произведения и частного двух функций. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Таблица производных. Локальный экстремум функции. Необходимое условие локального экстремума функции. Теорема Лагранжа о конечном приращении функции и ее следствия. Правила Лопиталя. Производные высших порядков. Формула Тейлора для многочлена. Формула Тейлора для функции с остаточным членом в форме Пеано. Достаточные условия локального экстремума функции. Выпуклость вверх (вниз) графика функции. Точки перегиба.

Раздел IV. Графики функций с полным исследованием

Тема 4. Построение графиков функций с полным исследованием

Раздел V. Интегральное исчисление, первообразная и неопределенный интеграл

Тема 5. Интегрирование.

Неопределенный интеграл. Правила интегрирования. Таблица неопределенных интегралов.

Раздел VI. Интегральное исчисление, определенный интеграл и его приложения

Тема 6. Определенные интегралы.

Определенный интеграл Римана. Необходимое условие интегрируемости функции. Свойства определенного интеграла. Теорема о среднем для определенного интеграла. Непрерывность интеграла с переменным верхним пределом. Дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом. Формула Ньютона – Лейбница. Несобственные интегралы.

Приложения определенного интеграла.

Часть III. Дифференциальные уравнения

Самостоятельная работа к каждой теме включает работу с лекционным материалом и дополнительную проработку/рассмотрение вопросов, опущенных в курсе лекции (например, вывод формул согласно обсужденной схеме), а также решение типовых задач из базового учебника (или оригинальной подборки) по теме лекции

Раздел I. Функции многих переменных

Тема 1. Функции многих переменных.

Функции нескольких переменных. Предел. Непрерывность. Частные производные.

Дифференцируемость функции двух переменных в точке. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости. Правила дифференцирования сложной функции.

Производная по направлению и градиент функции. Производные высших порядков. Локальный экстремум функции двух переменных, необходимое условие экстремума, достаточное условие локального экстремума.

Метод наименьших квадратов для вывода эмпирических формул.

Раздел II. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

Тема 2. Дифференциальные уравнения.

Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.

Однородные линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

Неоднородные линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

7. Фонд оценочных средств для оценивания результатов обучения по дисциплине:

Уровень усвоения курса определяется различными формами текущего и промежуточного контроля. Текущий контроль: контрольные работы и коллоквиумы. Заключительный контроль: зачет в конце первого семестра и экзамен в конце второго семестра.

7.1. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля:

Контрольная работа № 1.

1. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x + 2y - z = 1, \\ 2x - y - 3z = 1, \\ x + y - z = 1. \end{cases}$$

2. Найти координаты вершин ромба, если известны уравнения двух его сторон: $x + 2y = 4$ и $x + 2y = 10$ и уравнение одной из диагоналей: $y = x + 2$.

3. Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $(0; -5; 0)$ и $(0; 0; 2)$ и перпендикулярной плоскости $x + 3y + z - 1 = 0$.

4. Написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки $(2; 1; 0)$ на прямую $\begin{cases} x = 3z - 1, \\ y = 2z. \end{cases}$

5. Написать уравнение эллипса, имеющего вершины в фокусах, а фокусы в вершинах гиперболы

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1.$$

Контрольная работа № 2.

I. Построить графики функций :

1. $y = 2^{\frac{x}{x-1}}$

2. $y = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \pi x\right)$

3. $y = \frac{1}{2 \arcsin \frac{x+1}{2}}$

II. Найти пределы:

1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 4} - \sqrt{x^2 - 2x - 1})$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\sqrt{1 + x^2} - 1}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin^2 x)^{\frac{1}{\ln \cos x}}$

Контрольная работа № 6.

1. Доказать, что

$$x \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + 2 \left(\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} \right) = y \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}, \text{ если } z = x \cdot e^{-\frac{y}{x}}.$$

2. Найти экстремумы функции

$$z = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2.$$

Контрольная работа № 7.

Решить дифференциальные уравнения

1. $\sqrt{x^2 + 4} y' = y$

2. $y y' = 2y - x$

3. $y' - y \cdot \operatorname{tg} x = \operatorname{ctg} x$

4. $y'' - 5y' + 6y = \sin 3x$.

Вопросы к коллоквиуму:

1. Определители 2-го и 3-го порядка и их свойства.
2. Решение систем линейных уравнений с помощью определителей.
3. Элементы векторной алгебры. Правила действий с векторами.
4. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.
5. Плоскость в пространстве.
6. Прямая в пространстве.
7. Прямая на плоскости.
8. Кривые второго порядка на плоскости.
9. Предел функции. Теорема о единственности предела. Локальная ограниченность функции, имеющей предел.
10. Бесконечно малые функции и теоремы о них.
11. Свойства функции, имеющей ненулевой предел.
12. Теоремы о пределе суммы, разности, произведения и частного двух функций, имеющих предел.
13. Переход к пределу в неравенствах.
14. Теорема о пределе «зажатой» функции. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$.
15. Предел функции при $x \rightarrow +\infty$, $x \rightarrow -\infty$, $x \rightarrow \infty$. Примеры.
16. Односторонние пределы. Теорема о связи предела функции и односторонних пределов.
17. Предел последовательности. Теорема о существовании предела неубывающей и ограниченной сверху последовательности.
18. Число «е».
19. Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва.
20. Локальные свойства функций, непрерывных в точке.
21. Теоремы о пределе и непрерывности сложной функции.
22. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
23. Эквивалентные функции. Таблица эквивалентностей.

7.2. Типовые контрольные вопросы, задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации:

Вопросы к теоретической части зачета, первый семестр:

1. Определители 2-го и 3-го порядка и их свойства.
2. Решение систем линейных уравнений с помощью определителей.
3. Элементы векторной алгебры. Правила действий с векторами.
4. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.
5. Плоскость в пространстве.
6. Прямая в пространстве.
7. Прямая на плоскости.
8. Кривые второго порядка на плоскости.
9. Предел функции. Теорема о единственности предела. Локальная ограниченность функции, имеющей предел.
10. Бесконечно малые функции и теоремы о них.
11. Свойства функции, имеющей ненулевой предел.
12. Теоремы о пределе суммы, разности, произведения и частного двух функций, имеющих предел.
13. Переход к пределу в неравенствах.
14. Теорема о пределе «зажатой» функции. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$.
15. Предел функции при $x \rightarrow +\infty$, $x \rightarrow -\infty$, $x \rightarrow \infty$. Примеры
16. Односторонние пределы. Теорема о связи предела функции и односторонних пределов.
17. Предел последовательности. Теорема о существовании предела неубывающей и ограниченной сверху последовательности.
18. Число «е»
19. Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва.
20. Локальные свойства непрерывных функций. Примеры непрерывных функций.
21. Теоремы о пределе и непрерывности сложной функции.
22. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
23. Эквивалентные функции. Таблица эквивалентностей.
24. Определение производной. Физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции.
25. Дифференциал функции. Непрерывность дифференцируемой функции.
26. Теоремы о производной суммы, разности, произведения и частного двух функций.
27. Производная сложной функции. Производная обратной функции.
28. Таблица производных.
29. Локальный экстремум функции. Необходимое условие локального экстремума функции.
30. Теорема Лагранжа о конечном приращении функции и ее следствия.
31. Условия возрастания (убывания) функции на промежутке.
32. Правила Лопиталя.
33. Производные высших порядков. Формула Тейлора для многочлена.
34. Формула Тейлора для функции.
35. Достаточные условия локального экстремума функции.
36. Выпуклость вверх (вниз) графика функции. Достаточные условия выпуклости графика функции. Точки перегиба.
37. Неопределенный интеграл. Правила интегрирования.
38. Таблица неопределенных интегралов.

Вопросы к экзамену, второй семестр:

1. Определенный интеграл. Необходимое условие интегрируемости функции.
2. Свойства определенного интеграла.
3. Теорема о среднем для определенного интеграла. Непрерывность интеграла с переменным верхним пределом.
4. Дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.
5. Замена переменных, интегрирование по частям в определенном интеграле.
6. Несобственные интегралы.
7. Приложения определенного интеграла.
8. Комплексные числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия с комплексными числами.
9. Функции нескольких переменных. Предел, непрерывность, Частные производные.
10. Дифференцируемость функции нескольких переменных в точке. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости.
11. Правила дифференцирования сложной функции.
12. Производная по направлению и градиент функции.
13. Экстремум функции нескольких переменных в точке. Необходимые и достаточные условия экстремума.
14. Метод наименьших квадратов для вывода эмпирических формул.
15. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными.
16. Однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка.
17. Однородные линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
18. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

8. Шкала и критерии оценивания результатов обучения по дисциплине:

В таблице представлена шкала оценивания результатов обучения по дисциплине. Уровень знаний обучающегося оценивается на "отлично", "хорошо", "удовлетворительно", "неудовлетворительно".

Оценка "отлично" выставляется, если обучающийся демонстрирует сформированные систематические знания, умения и навыки их практического использования. Оценка "хорошо" ставится, если при демонстрации знаний, умений и навыков студент допускает отдельные неточности (пробелы, ошибочные действия) непринципиального характера. При несистематических знаниях, демонстрации отдельных (но принципиально значимых навыков) и затруднениях в демонстрации других навыков выставляется оценка «удовлетворительно». Оценка "неудовлетворительно" ставится, если знания и умения фрагментарны, а навыки отсутствуют.

ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине				
Оценка РО и соответствующие виды оценочных средств	2	3	4	5
Знания устные и письменные	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания

<i>опросы и контрольные работы,</i>				
Умения <i>практические контрольные задания</i>	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое умение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности не принципиального характера)	Успешное и систематическое умение
Навыки (владения, опыт деятельности) <i>практические контрольные задания</i>	Отсутствие навыков (владений, опыта)	Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта)	В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме	Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач

9. Ресурсное обеспечение:

- Перечень основной и дополнительной учебной литературы

№ п/п	Автор	Название книги	Место издания	Издательство	Год издания
1.	Кудрявцев В. А., Демидович Б. П.	Краткий курс высшей математики	Москва	Наука	1986
2.	Сударев Ю. Н., Першикова Т. В., Радославова Т. В.	Основы линейной алгебры и математического анализа	Москва	Академия	2009
3.	Минорский В. П.	Сборник задач по высшей математике	Москва	Наука	1969
4.	Казакова Т. В., Щеглова М. В.	Высшая математика (Сборник упражнений)	Москва	Изд-во Моск. Университета	1971
5.	Власов В. В., Митрохин С. И., Прошкина А. В., Родионов Т. В., Трушина О. В.	Задачи и упражнения по математическому анализу и дифференциальным уравнениям	Москва	Бином Лаборатория знаний	2009

- Перечень лицензионного программного обеспечения
- Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем
- Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости)
- Описание материально-технической базы

10. Язык преподавания: русский

11. Преподаватель (преподаватели):

Попов Алексей Николаевич,
ассистент,

Алиев Юсуф Ханкишиевич,
ассистент,

Шамарин Николай Николаевич,
доцент,
д-р физ.-мат. наук, 2010, МГУ им. М.В.Ломоносова

12. Разработчики программы:

Попов Алексей Николаевич
Ассистент

13. Краткая аннотация дисциплины:

Математика занимает особое место среди наук, так как является фундаментальным языком, описывающим закономерности и связи в различных областях науки и техники. Высшая математика формирует основные методы анализа и моделирования, которые позволяют решать сложные задачи и строить абстрактные структуры, применимые в физике, экономике, инженерии и других дисциплинах. Принципы, заложенные в высшей математике, обладают универсальностью и применимы к широкому кругу задач, независимо от специфики рассматриваемых объектов или явлений.

В данном курсе лекций, предназначенном для студентов факультета почвоведения Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова, изложены основные концепции и методы высшей математики, предусмотренные учебной программой. Курс может быть полезен также для студентов других специальностей, изучающих высшую математику в сокращенном объеме по сравнению с программой математических или физико-технических факультетов.

На факультете почвоведения курс высшей математики студенты проходят за ограниченный период (один учебный год) с небольшим числом учебных часов (78 лекционных и 78 практических). Математическая подготовка студентов ограничивается базовым курсом, включающим элементы анализа, линейной алгебры, аналитической геометрии и дифференциального исчисления. В связи с этим представленный «Курс лекций по высшей математике» содержит основные теоретические положения и методы, изложенные в сжатой и доступной форме с минимальным использованием сложных математических конструкций. Во многих случаях доказательства и выводы даны в упрощенном виде или представлены в качестве качественно-теоретических обоснований.

Последовательность изложения материала следует традиционной структуре курса высшей математики. Лекции разбиты на две части, соответствующие осеннему и весеннему семестрам. В первой части рассматриваются основы математического анализа, включая пределы, производные, а также элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. Во второй части излагаются элементы интегрального исчисления, функции нескольких переменных и основы теории дифференциальных уравнений.